基于 LBM-LES 的三维串列多圆柱绕流尾涡结构研究

刘闯,黄剑峰,邵晨

(云南农业大学水利学院,650201 昆明)

摘　要:为了研究三维串联多圆柱绕流在不同圆柱间距比 L/D(L 为圆柱的间距,D 为圆柱直径)情况下的尾涡结构,基于格子玻尔兹曼(LBM)方法,采用大涡模拟(LES)方法计算了高雷诺数下三维单圆柱及三维串联多圆柱在不同 L/D 情况下的尾涡流场。数值结果表明:LBM-LES 方法可以较好地模拟出三维单圆柱以及串联多圆柱的尾涡结构;高雷诺数下单圆柱绕流尾迹变化具有不稳定性;串联多圆柱绕流存在临界间距比 $L/D=4$,当圆柱间距比小于临界间距比时,圆柱间不会产生尾涡脱落;当圆柱间距比大于临界间距比时才会产生明显的涡脱落现象,且前方圆柱脱落的涡对后方圆柱有冲击作用,会对后方圆柱的升/阻力系数振动幅值有一定的影响;串联多圆柱绕流的上下游时均阻力系数曲线在临界间距比时会发生转折,呈逐渐增大趋势;当圆柱间距比小于临界间距比时,在下游圆柱前增加圆柱会对下游圆柱以及中游圆柱的时均阻力系数产生影响,而当圆柱间距比大于临界间距比时,在下游圆柱前增加圆柱对下游圆柱以及中游圆柱的时均阻力系数基本没有影响。

关键词:格子玻尔兹曼方法;大涡模拟;圆柱绕流;尾涡结构;数值模拟

中图分类号:O352　　　　**文献标志码**:A

Research on wake structure of three-dimensional tandem multi-cylinder flow based on LBM-LES

LIU Chuang,HUANG Jianfeng,SHAO Chen

(Water Conservancy College of Yunnan Agricultural University,650201 Kunming,China)

Abstract:In order to study the wake structure of three-dimensional tandem multi-cylinder flow at different L/D (L is the spacing between the cylinders and D is the diameter of the cylinder),based on the lattice Boltzmann method (LBM),the large eddy simulation (LES) method was used to calculate the wake flow field of three-dimensional single cylinder and three-dimensional series multi-cylinder under different L/D conditions. The results show that LBM-LES method can well simulate the wake structure of three-dimensional single cylinder and multi-cylinder in series. The wake change of single cylinder with high Reynolds number is unstable. There is a critical spacing ratio $L/D=4$. When the spacing ratio between cylinders is smaller than the critical spacing ratio,there is no vortex shedding between the cylinders. When the critical spacing ratio L/D is 4,the vortex shedding phenomenon is obvious,and the vortex falling off the front cylinder affects the rear cylinder,which will have a certain impact on the vibration amplitude of the lift and

收稿日期:2020-09-09　　　　**修回日期**:2021-12-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51541913);云南农业大学自然科学青年基金资助项目(No. 2015ZR17)

通信作者:黄剑锋,教授。E-mail:731518167@qq.com

引用格式:刘闯,黄剑峰,邵晨. 基于 LBM-LES 的三维串列多圆柱绕流尾涡结构研究[J]. 应用力学学报,2022,39(1):186-194.

LIU Chuang,HUANG Jianfeng,SHAO Chen. Research on wake structure of three-dimensional tandem multi-cylinder flow based on LBM-LES [J]. Chinese journal of applied mechanics,2022,39(1):186-194.

drag coefficients of the rear cylinder. When the ratio of cylinder spacing is smaller than the critical spacing ratio, the time average resistance coefficient curve of the upstream and the downstream of the flow around multiple cylinders in series will turn at the critical spacing ratio. When the boundary spacing ratio is 4, adding a cylinder in front of the downstream cylinder will affect the time average resistance coefficient of the downstream cylinder and the midstream cylinder. But when the cylinder spacing ratio is greater than the critical spacing ratio of 4, adding a cylinder in front of the downstream cylinder does not affect the time average resistance coefficient of the downstream cylinder or the middle cylinder. The research results have certain theoretical reference value for practical engineering.

Key words: lattice Boltzmann method; large eddy simulation; flow around a cylinder; wake vortex structure; numerical simulation

多柱绕流在实际工程中有较多的应用,例如:桥墩、海上石油平台支柱及一些桩基式码头。水流在流过多圆柱结构时会在圆柱后产生交替脱落的漩涡,周期性脱落的漩涡会产生脉动压力,可能会使结构物发生大幅度的振动,严重情况下可能会破坏整体建筑。另外,多柱绕流特性与单圆柱绕流具有明显不同。因此,研究多圆柱绕流问题对实际工程具有重要的意义。

目前,国内外研究人员大多通过物理模型试验和数值模拟的方法来研究单圆柱绕流和多圆柱绕流。对于物理模型试验的研究,杨群等[1]运用刚性模型测压风洞试验方法对单圆柱、不同间距下串列双圆柱和串列三圆柱绕流的时均压力分布和气动力进行了研究。研究发现不同间距下存在一个临界间距,临界间距前后的流态完全不同,且时均压力分布和时均阻力系数有着明显的不同。沈国辉等[2]通过在均匀流中进行不同风速下的测压风洞试验来研究光滑圆柱的气动力系数和绕流特性。研究发现层流涡脱是规则的,而湍流涡脱是随机的。LOPES 等[3]通过固定试验与数值模拟结合对多柱构型进行研究。结果表明多柱构型没有规则的涡脱落出现,且柱截面类型决定涡脱落行为。除了运用物理试验外,许多学者也会运用数值模拟方法来研究圆柱绕流问题,并且也都得到了一些有参考价值的成果。曹兴等[4]采用数值模拟的方法研究了脉动流下圆柱绕流水动力特性。结果表明改变脉动流频率可以对涡脱落速度有影响,且脉动频率跟量纲为一的脉动振幅的增加会使升/阻力振幅增大。田启龙[5]采用离散涡方法对二维双圆柱水动力特性进行数值模拟。结果表明间隙比对圆柱的时均阻力大小有影响,间隙比过大时圆柱干涉将变小。Abbasi 等[6]运用数值模拟的方法对串列圆柱进行研究发现串列圆柱绕流存在一个临界间距值会改变流体的流动特性。大量的研究结果表明,数值模拟结果与物理试验结果比较接近,且费用代价较小,说明运用数值模拟的方法研究圆柱绕流问题是可行的。

早期的圆柱绕流研究多以模型试验为主。由于科技的快速发展,数值模拟成为研究圆柱绕流问题的主要手段。以往大多数研究均仅仅运用二维模型研究圆柱绕流问题,但三维圆柱绕流在尾涡结构及形态上与二维圆柱绕流存在差别。近年来,许多学者开始运用数值模拟方法研究三维圆柱绕流问题。蘧鑫晨等[7]运用 OpenFOAM 模拟研究不同雷诺数下三维圆柱绕流特性,发现圆柱的展向流速变化引起的三维效应使得升/阻力系数小于二维升/阻力系数。涂佳黄等[8]运用大涡模拟方法研究亚临界雷诺数三维串联圆柱绕流。研究表明间距比的变化会使双圆柱结构表面流体力系数时间和空间的变化规律性慢慢减弱,而临界间距比时流体力系数变化会有较强的规律性。除此之外,文献[9-10]运用大涡模拟方法对三维圆柱绕流问题进行研究,结果表明大涡模拟更能体现出细致的流场结构。大量研究表明三维圆柱绕流模拟明显比二维更符合实际。

国内外学者在研究圆柱绕流问题上多采用 Fluent等软件进行模拟探究,采用 LBM-LES 方法研究圆柱绕流的文献还较少。格子玻尔兹曼(LBM)方法是近十几年来国际上发展的一种流体系统建模和模拟新方法,与 SPH、MPS 法同样采用无网格计算方法。这大大提高了工作效率,且该方法是介于流体的微观分子动力学模型和宏观连续模型之间的介观模型,兼具二者的优点,克服了早期的格子气自动机的一些不足,具有许多常规方法无法比拟的独特优势。周凯等[11]运用玻尔兹曼方法对二维串联圆柱绕流进行数值模拟研究,得到其升/阻力系数尾涡及

流线变化,结果表明串联圆柱存在临界间距。龚志军等[12]运用玻尔兹曼方法对菱形四圆柱扰流进行研究。研究表明不同间距比下四圆柱的绕流形态也不同,且存在一个间距比使得各圆柱的阻力系数最小。Zhang 等[13]运用玻尔兹曼方法对可渗透菱形柱体非定常流动进行数值模拟研究。结果表明增加渗透率会抑制涡脱落,且玻尔兹曼方法模拟结果与已有数据对比较吻合,说明该方法用来研究圆柱绕流问题是可行的。

本文将在格子玻尔兹曼方法(LBM)基础上,结合大涡模拟(LES)对三维单圆柱和三维串联多圆柱在不同 L/D 情况下的绕流进行数值模拟,得到其升/阻力特性及尾涡结构特征。

1 数值模拟方法

1.1 格子玻尔兹曼方法

本文三维圆柱绕流模拟采用三维 19 速度不可压缩格子 Boltzmann 模型(D3Q19 模型),如图 1 所示。LBM 模型的演化方程为[14-16]

$$f_i(x+\boldsymbol{e}_i\Delta t,t+\Delta t)-f_i(x,t)=\frac{1}{\tau}[f_i(x,t)-f_i^{eq}(x,t)] \quad (1)$$

式中:f_i 为粒子速度分布函数;f_i^{eq} 为局部平衡函数;τ 为量纲为一的松弛时间;$\boldsymbol{e}_i$ 为离散速度;Δt 为时间步长。

三维模型 D3Q19 模型包含 19 个速度矢量,即

$$\boldsymbol{e}_i=c\begin{bmatrix}0&1&-1&0&0&0&0&1&-1&-1&1&1&-1&-1&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&-1&0&0&1&1&-1&-1&0&0&0&0&1&-1&-1&1\\0&0&0&0&0&1&-1&0&0&0&0&1&1&-1&-1&1&1&-1&-1\end{bmatrix} \quad (2)$$

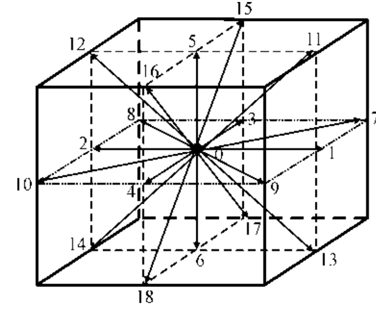


图 1 D3Q19 模型

Fig. 1 D3Q19 model

平衡态分布函数为

$$f_i^{eq}=\rho w_i\left[1+\frac{e_i u}{C_s^{\ 2}}+\frac{(e_i u)^2}{2C_s^{\ 4}}-\frac{u^2}{2C_s^{\ 2}}\right] \quad (3)$$

式中:w_i 为权系数,$w_0=1/3$,$w_{1\sim6}=1/18$,$w_{7\sim19}=1/36$;$C_s=c/\sqrt{3}$为格子的声速;流体宏观密度 ρ 和速度 u 表示为

$$\sum_i f_i^{eq}=\rho \quad (4)$$

$$\sum_i C_i f_i^{eq}=\rho u \quad (5)$$

1.2 湍流模型

本文湍流模型采用大涡模拟(LES),该方法引入了一个附加的黏度,称为湍流涡黏度 V_t,以模拟亚格子湍流。LES 方案是 Wall-Adapting 壁面自适应局部涡流(WALE)黏度模型,提供了一致的局部涡流黏度和近壁行为[17-18],具体方程如下。

$$V_t=\Delta_f^2\frac{(\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}^d\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}^d)^{1.5}}{(\boldsymbol{S}_{\alpha\beta}\boldsymbol{S}_{\alpha\beta})^{2.5}+(\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}^d\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}^d)^{1.25}} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{S}_{\alpha\beta}=\frac{\boldsymbol{g}_{\alpha\beta}+\boldsymbol{g}_{\beta\alpha}}{2} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}^d=\frac{1}{2}(\boldsymbol{g}_{\alpha\beta}^2+\boldsymbol{g}_{\beta\alpha}^2)-\frac{1}{3}\boldsymbol{\delta}_{\alpha\beta}\boldsymbol{g}_{\gamma\gamma}^2 \quad (8)$$

$$\boldsymbol{g}_{\alpha\beta}=\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \quad (9)$$

式中:$\Delta_f=C_w\Delta_x$ 为过滤尺度,C_w 为 WALE 模型常数,通常为 0.325,Δ_x 为单位网格尺度;$\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}^d$为速度梯度张量平方的痕迹对称部分;$\boldsymbol{S}_{\alpha\beta}$为分解尺度的应变率张量;$\boldsymbol{\delta}_{\alpha\beta}$为 Kronedcker δ 函数;$\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 为张量下标。

2 数值计算模型与方法验证

2.1 数值计算模型

本文模拟选定的计算域尺寸为 4 m×1 m×2 m,双圆柱绕流计算域如图 2 所示(单圆柱绕流和三圆柱绕流计算域与之类似)。图中,L 为双圆柱的间距,圆柱的直径 D=0.08 m,圆柱的高度为 2 m。入口的来流速度 U=6 m/s。流体介质为水,黏度 μ=0.016 Pa·s,密度 ρ=1 000 kg/m^3。雷诺数 $Re=3\times10^4$。圆柱中心离入口距离为 1 m,离上下边界各 0.5 m。边界条件如下:入口边界条件为速度入口,出口边界条件为压力出口,侧向边界为对称边界条件,圆柱表面是固定无滑移的壁面条件。为了改善近壁面区的湍流渐近行为,采用增强壁面函数对圆柱近壁面进行修正。对于串联多圆柱绕流模拟取 2、2.5、3、3.5、4、5、6、7、8、9、10,共 11 个 L/D 间距比来进行模拟。

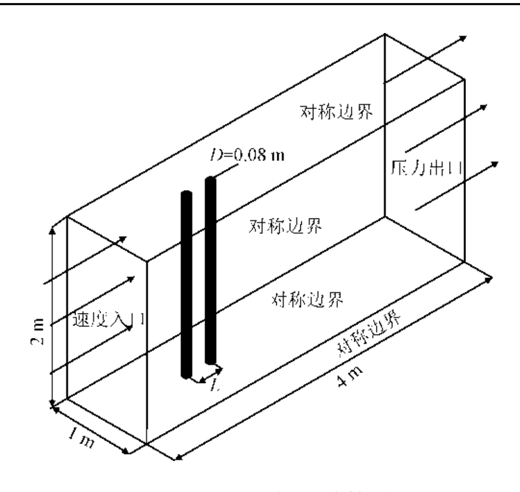


图 2　双圆柱绕流计算域

Fig. 2　Calculation domain of double cylinder flow around

2.2　方法验证

采用与文献[1]相同条件模拟单圆柱和串联双圆柱,得到其阻力系数并与文献[1]进行对比。单圆柱模拟的阻力系数为 1.15,文献[1]的结果为 1.11,说明在单圆柱情况下模拟结果与试验较为接近。串联双圆柱采用 2、2.5、3、3.5、4、4.5、5、6、7、8、10、12,共 12 个不同的 L/D 间距模型进行模拟验证,模拟结果如图 3 所示。可以看出串联双圆柱在不同的 L/D 下得到其时均阻力值,利用 LBM-LES 方法模拟结果与文献[1]进行对比发现时均阻力系数曲线变化趋势基本接近,可以得出本文采用的方法是可靠的。

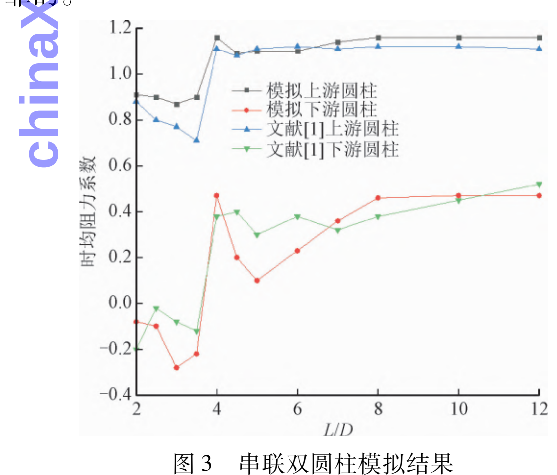


图 3　串联双圆柱模拟结果

Fig. 3　Simulation results of tandem double cylinders

3　数值模拟结果及分析

3.1　三维单圆柱绕流结果

图 4 ~ 图 6 分别为单圆柱绕流典型时刻流向截面和展向截面的瞬时涡结构分布图。可以看出,在 $t=0.14$ s 时,圆柱后开始慢慢生成大尺度的涡结构,随着时间的推移,尾涡逐渐向后发展;在 $t=0.22$ s 时,圆柱下游大尺度涡结构逐渐破碎形成小尺度的涡;在 $t=1.24$ s 时,单圆柱尾涡结构已经向下游区域充分发展,形成类似卡门涡街,尾迹结构变得不稳定,可能会引起涡激振动。



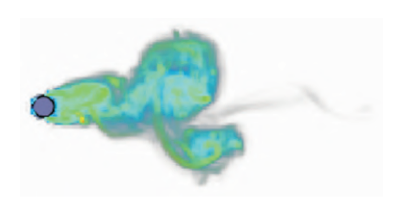
(a)流向截面



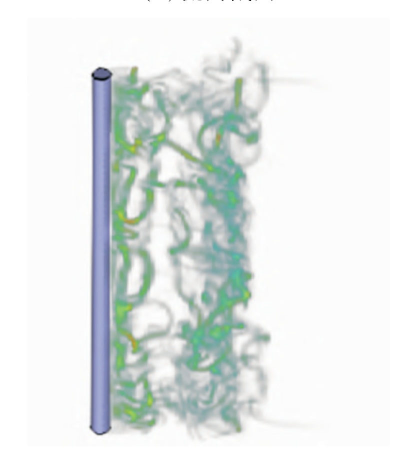
(b)展向截面

图 4　$t=0.14$ s 时涡结构分布

Fig. 4　Vortex structure distribution at $t=0.14$ s



(a)流向截面



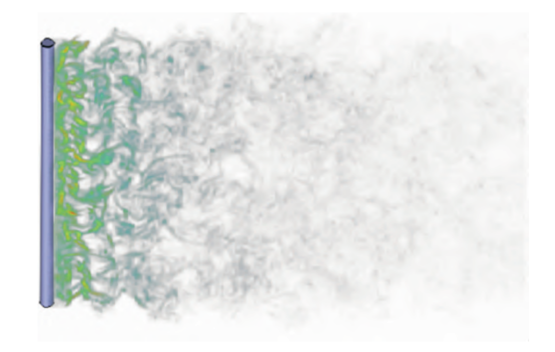
(b)展向截面

图 5　$t=0.22$ s 时涡结构分布

Fig. 5　Vortex structure distribution at $t=0.22$ s



(a)流向截面



(b)展向截面

图 6　$t=1.24$ s 涡结构分布

Fig. 6　Vortex structure distribution at $t=1.24$ s

3.2　三维串联多圆柱绕流结果

通过模拟不同间距下双圆柱绕流得到其升/阻力系数曲线,取其具有代表性的间距比 2、4、10 时的结果如图 7 ~ 图 9 所示。可以看出,上游阻力值普遍大于下游圆柱。主要原因是上游圆柱对下游圆柱起到了遮挡的作用,而下游圆柱的升力系数振动幅值大于上游圆柱的振动幅值,上游圆柱后方的涡结构碰撞到下游圆柱对下游圆柱升力产生激励作用。随着 L/D 的不断增加,上游圆柱的涡脱落逐渐充分发展,脱落的尾涡碰撞到下游圆柱从而对下游圆柱产生冲击作用,导致了下游圆柱的升/阻力值也逐渐增加。当 $L/D \geqslant 4$ 时,上游圆柱升/阻力系数发生变化,曲线变化逐渐平稳。这主要是由于随着 L/D 的逐渐增加,下游圆柱对上游圆柱的干扰逐渐减小。

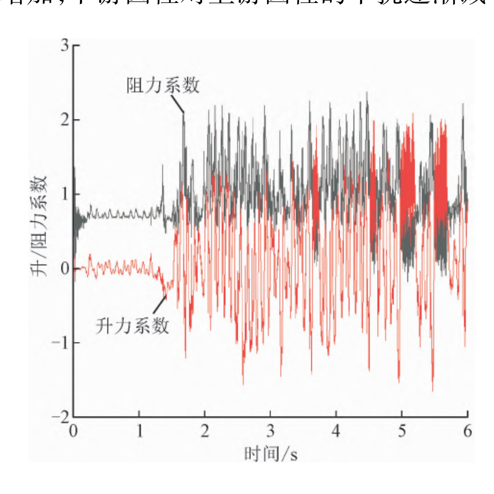


图 7(a)上游圆柱

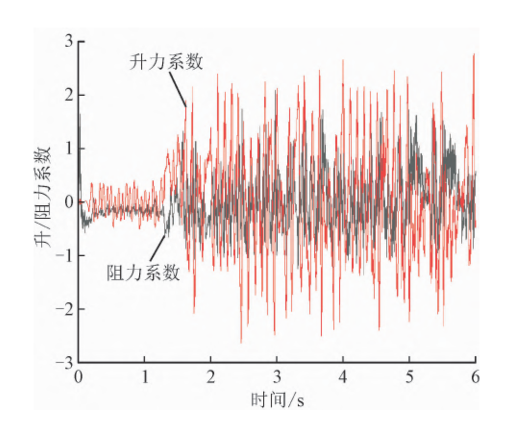
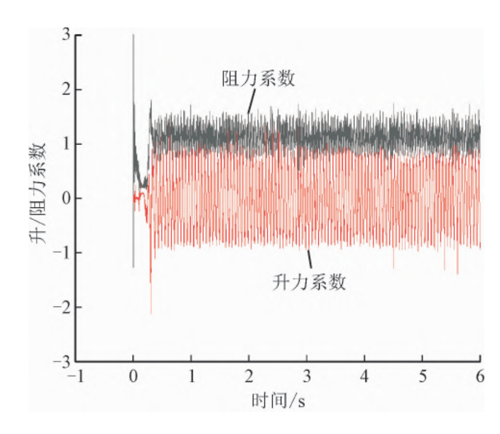


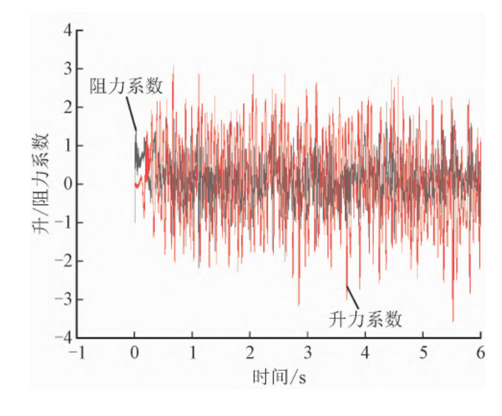
图 7(b)下游圆柱

图 7　$L/D=2$ 时圆柱的升/阻力系数

Fig. 7　Lift and drag coefficients of upstream and downstream cylinders with $L/D=2$



(a)上游圆柱



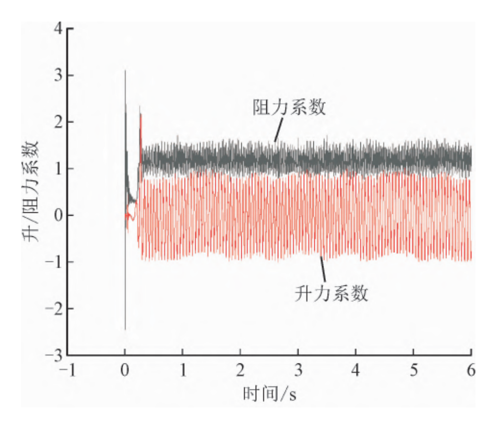
(b)下游圆柱

图 8　$L/D=4$ 时上下游圆柱的升/阻力系数

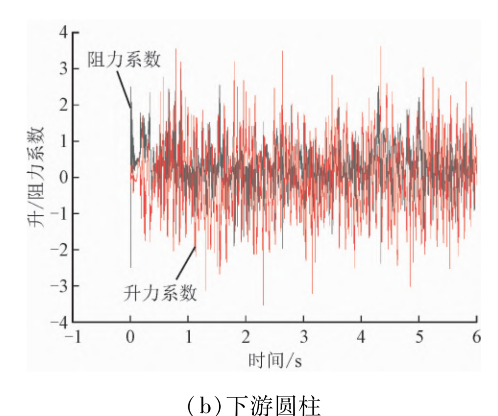
Fig. 8　Lift and drag coefficients of upstream and downstream cylinders with $L/D=4$

通过数值模拟得到串联双圆柱不同间距下的上下游时均阻力系数值如图 10 所示。可以看出:当 $2 \leqslant L/D \leqslant 3.5$ 时,随着 L/D 的不断增加,上游圆柱表现出渐渐减小的规律,而下游圆柱表现出先增大、后

减小的规律;当 $L/D=4$ 时,上游圆柱和下游圆柱的时均阻力系数同时发生了较大的变化;当 $4\leqslant L/D\leqslant 10$ 时,上游圆柱时均阻力系数不再随着 L/D 的增大而发生较大的变化;下游圆柱在 $L/D=4$ 时的时均阻力系数为 0.31,$L/D=6$ 时的时均阻力系数为 0.37,相差仅为 0.06,总体未发生太大的波动。



(a)上游圆柱



(b)下游圆柱

图 9 $L/D=10$ 时上下游圆柱的升/阻力系数

Fig. 9 Lift and drag coefficients of upstream and downstream cylinders with $L/D=10$

图 11 ~ 图 13 分别为三维串联双圆柱绕流在代表性的间距比 2、4、10 时,流向截面和展向截面瞬时三维涡结构分布图。可以看出:当 $L/D=2$ 时,由于两圆柱间距过小,上游圆柱后还未完全形成完整的尾涡便附着在下游圆柱上;当 $L/D=4$ 时,双圆柱间距增加后上游圆柱后方的尾涡逐渐充分发展并产生明显的涡脱落现象,由于后方圆柱阻碍了该尾涡的继续发展,上游脱落的尾涡在碰撞到下游圆柱时会产生许多复杂细小涡漩;当 $L/D=10$ 时,在间距比较大时上下游圆柱后都各自发展出完整的尾涡结构,间距比的增大让圆柱间的尾涡结构变得越来越复杂。

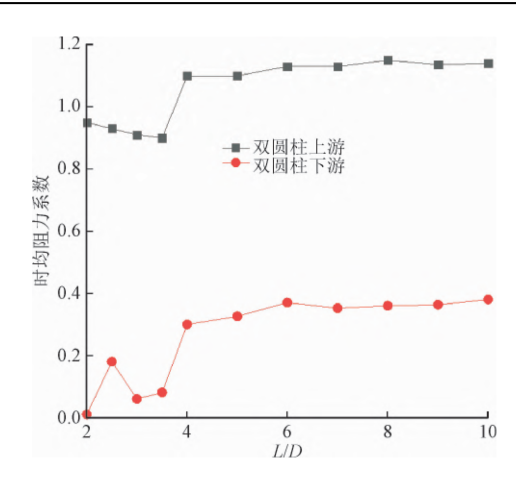
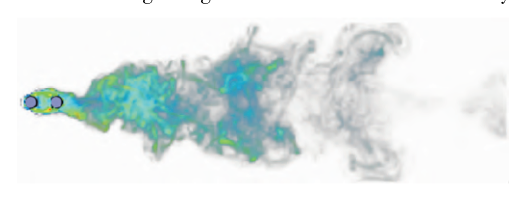
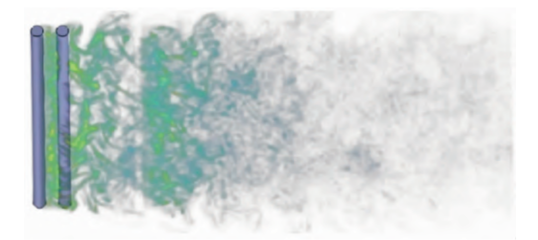


图 10 串联双圆柱时均阻力系数

Fig. 10 Time average drag coefficient of tandem double cylinders



(a)流向截面



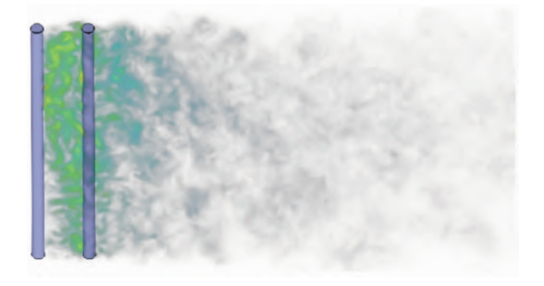
(b)展向截面

图 11 $L/D=2$ 时的双圆柱尾涡结构分布

Fig. 11 Wake structure distribution of double cylinder with $L/D=2$



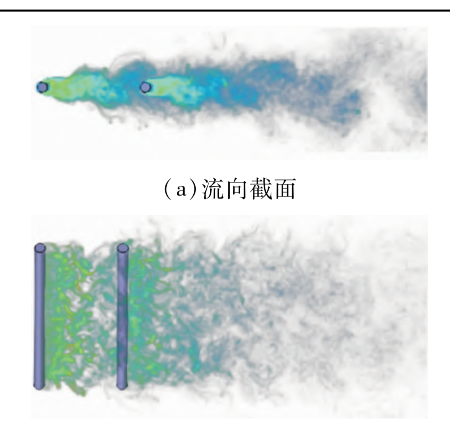
(a)流向截面



(b)展向截面

图 12 $L/D=4$ 时的双圆柱尾涡结构分布

Fig. 12 Wake structure distribution of double cylinder with $L/D=4$



（a）流向截面

（b）展向截面

图 13　$L/D=10$ 时的双圆柱尾涡结构分布

Fig. 13　Wake structure distribution of double cylinder with $L/D=10$

通过数值模拟得到串联三圆柱不同间距下的上下游时均阻力系数值，并将其与单圆柱以及串联双圆柱进行对比，结果如图 14 所示。可以看出：串联圆柱绕流在两种不同的布置方式下，上游圆柱的时均阻力系数变化规律较为接近，说明在上游圆柱后方增加圆柱对其阻力系数影响不大。中游圆柱在间距比 $2\leqslant L/D<4$ 时的时均阻力系数呈减小趋势，在 $4\leqslant L/D\leqslant 10$ 时的时均阻力系数变化较小。这说明在 $2\leqslant L/D<4$ 时增加圆柱会使得中游圆柱时均阻力系数减小，而在 $4\leqslant L/D\leqslant 10$ 时增加圆柱对中游阻力系数影响不大。下游圆柱在 $L/D<4$ 时，两种布置方式的时均阻力系数变化稍有差别；但在 $L/D>4$ 时，两种布置方式下的时均阻力系数的变化规律基本接近。这说明：当 $L/D<4$ 时，在下游圆柱前方增加圆柱对下游的时均阻力系数有影响；当 $L/D>4$ 时，在下游圆柱前方增加圆柱对其时均阻力值几乎没有影响。

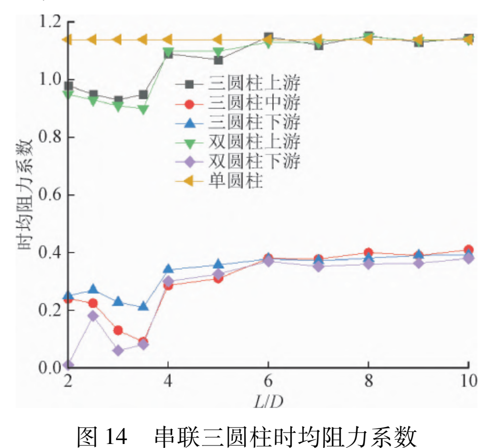
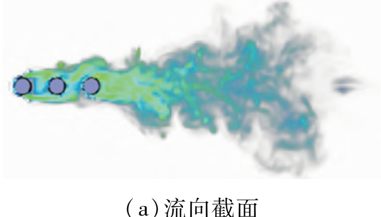


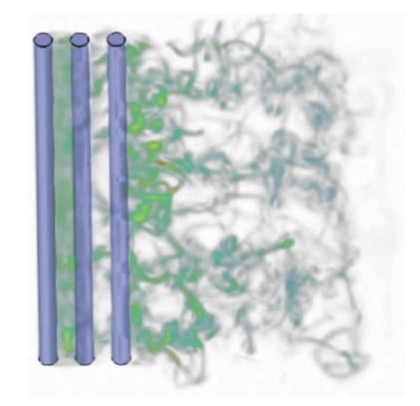
图 14　串联三圆柱时均阻力系数

Fig. 14　Time average resistance coefficient of three cylinders in series

图 15 ~ 图 17 给出了三维串联三圆柱绕流在间距比为 2、4、10 时的流向截面和展向截面瞬时三维涡结构分布图。可以看出：当 $L/D=2$ 时，由于增加了圆柱，间距比较小时上游圆柱后面的尾涡基本都被中游圆柱所阻碍，这使得中游圆柱后方只有少量的尾涡出现。当 $L/D=4$ 时，随着间距比的增加，中游圆柱对上游圆柱的尾涡阻碍作用减小，中游圆柱后方开始出现尾涡结构。当 $L/D=10$ 时，在较大的间距比下各个圆柱对彼此尾涡的干扰基本可以忽略；各圆柱后方都可以观察到完整的尾涡脱落，每个圆柱后方的尾流漩涡尺度虽然很小但是却更加紊乱，尤其下游圆柱后方尾涡结构最为明显。



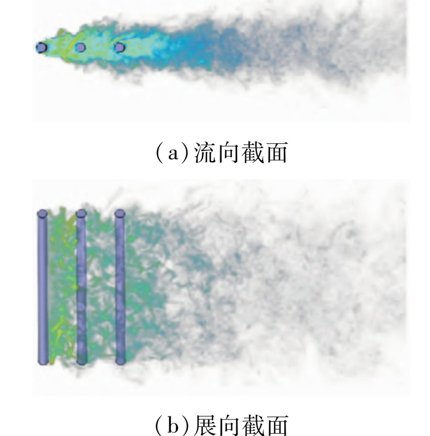
（a）流向截面



（b）展向截面

图 15　$L/D=2$ 时的三圆柱尾涡结构分布

Fig. 15　Wake structure distribution of three cylinders with $L/D=2$



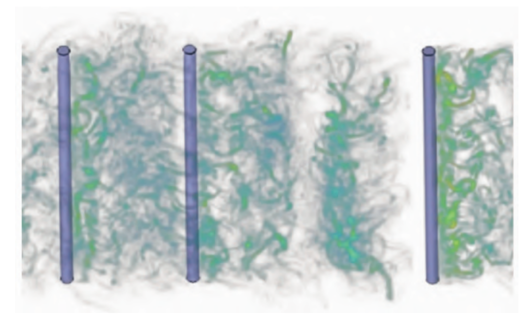
（a）流向截面

（b）展向截面

图 16　$L/D=4$ 时的三圆柱尾涡结构分布

Fig. 16　Wake structure distribution of three cylinders with $L/D=4$

(a)流向截面



(b)展向截面

图 17　$L/D=10$ 时的三圆柱尾涡结构分布

Fig. 17　Wake structure distribution of three cylinders with $L/D=10$

4 结　论

通过采用 LBM-LES 方法对三维圆柱绕流进行模拟，得到单圆柱绕流和串联多圆柱绕流的三维尾涡结构形态及升/阻力系数曲线，并进行分析后得出以下结论。

1）三维圆柱绕流的尾涡结构比二维更直观、有立体感。高雷诺数下单圆柱绕流的尾迹发展会变得不稳定；串联多圆柱绕流尾迹存在两种不同的形态，其切换的临界间距比为 $L/D=4$。当 $L/D<4$ 时，各圆柱后方不会发生涡脱落；当 $L/D\geqslant 4$ 时，上游圆柱后方开始产生明显的涡脱落现象，且脱落的尾涡碰撞到后方圆柱会有小尺度的涡产生。

2）前方圆柱脱落的尾涡撞到后方圆柱时，会使后方圆柱的升力系数振幅值高于前方圆柱；在临界间距比 $L/D=4$ 时，串联多圆柱的上下游圆柱时均阻力系数会发生变化，且上游圆柱的升力系数曲线也会变规律。

3）当串联多圆柱绕流中各圆柱间距小于临界间距比 $L/D=4$ 时，在下游圆柱前增加圆柱会使中游圆柱时均阻力系数逐渐减小，并且对下游圆柱时均阻力系数有影响；而当各圆柱间距大于临界间距比 $L/D=4$ 时，在下游圆柱前增加圆柱对其时均阻力系数值基本没有影响。

参考文献

[1] 杨群，刘庆宽，刘小兵. 串列三圆柱绕流的时均压力分布与气动力[J]. 振动. 测试与诊断，2019，39(5)：1011-1015.（YANG Qun，LIU Qingkuan，LIU Xiaobing. Time averaged pressure distribution and aerodynamic force of flow around three circular cylinders in tandem arrangement[J]. Journal of vibration，measurement and diagnosis，2019，39(5)：1011-1015(in Chinese)）.

[2] 沈国辉，姚剑锋，郭勇，等. 直径 30 cm 圆柱的气动力参数和绕流特性研究[J]. 振动与冲击，2020，39(6)：22-28.（SHEN Guohui，YAO Jianfeng，GUO Yong，et al. Aerodynamic coefficient and flow characteristics of a 30 cm-diameter circular cylinder[J]. Journal of vibration and shock，2020，39(6)：22-28(in Chinese)）.

[3] LOPES P P S P，ROSETTI G F，HANNES N H，et al. CFD evaluation and experimental comparison on the flow around fixed multi-column configurations[J]. Marine systems and ocean technology，2019，14(4)：166-191.

[4] 曹兴，刘宇飞，于恒，等. 脉动流条件下的圆柱绕流特性研究[J]. 科学技术与工程，2020，20(15)：5926-5931.（CAO Xing，LIU Yufei，YU Heng，et al. Investigation on flow characteristic of flowing around a circular cylinder under the pulsating flow condition[J]. Science technology and engineering，2020，20(15)：5926-5931(in Chinese)）.

[5] 田启龙. 双圆柱体绕流及涡激振动的离散涡模拟研究[D]. 上海：上海交通大学，2016.

[6] ABBASI W S，MAHMOOD R，NAHEED A. On the wake interference effects for flow around tandem bodies[J]. Journal of the Brazilian society of mechanical sciences and engineering，2019，42(1)：1-20.

[7] 蘧鑫晨，高洋洋，刘彩，等. 不同雷诺数下三维圆柱绕流数值模拟[C]//第十八届中国海洋(岸)工程学术讨论会论文集. 浙江，中国海洋学会海洋工程分会，2017.

[8] 涂佳黄，曹波，谭潇玲，等. 串列双圆柱体绕流特性与互扰效应研究[J]. 应用力学学报，2019，36(4)：869-875.（TU Jiahuang，CAO Bo，TAN Xiaoling，et al. Study on the characteristics and interference effects of flow past four square-arranged circular cylinders[J]. Chinese journal of applied mechanics，2019，36(4)：869-875(in Chinese)）.

[9] 端木玉，万德成. 雷诺数为 3900 时三维圆柱绕流的大涡模拟[J]. 海洋工程，2016，34(6)：11-20.（DUANMU Yu，WAN Decheng. Large-eddy simulation of the flow past a cylinder with $Re=3900$[J]. The ocean engineering，2016，34(6)：11-20(in Chinese)）.

[10] ZHANG W，UH ZAPATA M，BAI X，et al. Three-dimensional simulation of horseshoe vortex and local scour around a vertical cylinder using an unstructured finite-volume technique[J]. International journal of sediment research，2020，35(3)：295-306.

[11] 周凯，王震，陈维山，等. 格子 Boltzmann 方法在串列双圆柱绕流数值模拟中的应用研究[J]. 船舶力学，2018，22(2)：144-155.（ZHOU Kai，WANG Zhen，CHEN Weishan，et al. Application of lattice Boltzmann method in flow past two cylinders in tandem arrangement[J]. Journal of ship mechanics，2018，22(2)：144-155(in Chinese)）.

[12] 龚志军，杨佼，武文斐，等. 基于格子 Boltzmann 方法的低雷诺

数四圆柱绕流流动模式与受力特性模拟[J]. 应用力学学报，2015，32(1)：52-56. (GONG Zhijun，YANG Jiao，WU Wenfei，et al. Simulation of flow patterns and force characteristics of low Reynolds flow past four cylinders using lattice Boltzmann method[J]. Chinese journal of applied mechanics，2015，32(1)：52-56 (in Chinese)).

[13] ZHANG Y C，OZALP N，XIE G N. LBM modelling unsteady flow past and through permeable diamond-shaped cylinders[J]. International journal of numerical methods for heat and fluid flow，2019，29(9)：3472-3497.

[14] 郭春雨，宋妙妍，常欣，等. 旋转圆柱尾涡及受力计算方法研究[J]. 哈尔滨工程大学学报，2019，40(12)：1943-1950. (GUO Chunyu，SONG Miaoyan，CHANG Xin，et al. Research on the method of force and wake mode of a rotating cylinder[J]. Journal of Harbin Engineering University，2019，40(12)：1943-1950 (in Chinese)).

[15] KODA Y，LIEN F S. The lattice Boltzmann method implemented on the GPU to simulate the turbulent flow over a square cylinder confined in a channel[J]. Flow，turbulence and combustion，2015，94(3)：495-512.

[16] LEE H，LEE N. Lattice Boltzmann simulation of shallow water equations in finite element framework[J]. Journal of coastal research，2018，85：106-110.

[17] BENAMOUR M，LIBERGE E，BEGHEIN C. A new approach using lattice Boltzmann method to simulate fluid structure interaction[J]. Energy procedia，2017，139：481-486.

[18] ZHOU X，DONG B，CHEN C，et al. A thermal LBM-LES model in body-fitted coordinates：Flow and heat transfer around a circular cylinder in a wide Reynolds number range[J]. International journal of heat and fluid flow，2019，77：113-121.

（编辑　黄崇亚）